Cuadernos de COU y
Selectividad

# FISICA

4

## Ondas

J. J. LOZANO LUCEA y J. L. VIGATÁ CAMPO

Alhambra Longman

Cuadernos de COU y
**Selectividad**

J. J. Lozano Lucea
J. L. Vigatá Campo

# 4

# Ondas

# FÍSICA

Alhambra Longman

Producción editorial:
Dirección: José Luis Ferrer
Coordinación: Óscar García
Diseño: Gentil Andrade



ISBN 84-205-2125-6

Depósito legal: M. 20.871-1992



**Impreso en España - Printed in Spain**

Gráficas Rógar, S. A. - León, 44. Pol. Ind. Cobo Calleja - Fuenlabrada (Madrid)

## Contenido

## Recordatorio

### Movimiento ondulatorio. Tipos de ondas

El *movimiento ondulatorio* se define como la propagación de una perturbación producida en un punto de un medio, de forma que tiene lugar una transmisión de energía a través del medio, sin transporte de materia.

Cuando la perturbación se propaga en un medio material, merced a las propiedades elásticas del mismo, la onda correspondiente recibe la denominación de *onda material*. Si la energía se propaga transportada por las oscilaciones de campos eléctricos y magnéticos, las ondas resultantes se denominan *ondas electromagnéticas* y no precisan de un medio material para su propagación.

Las ondas se clasifican en *longitudinales* y *transversales*, atendiendo a la relación entre la dirección de vibración y la de propagación de la onda.

### Ondas longitudinales

La vibración se produce en la misma dirección en que tiene lugar la propagación de la onda, y la velocidad de la onda material depende de la naturaleza del medio en que se propaga.

*Velocidad de propagación en fluidos (líquido o gas)*

$$v_F = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}$$

en donde $\rho$ es la densidad del fluido y $\beta$ el coeficiente de compresibilidad. En el caso particular de la propagación del sonido, que es una onda longitudinal, a través de gases ideales, esta ecuación se convierte en

$$v = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$

siendo $\gamma$ el coeficiente adiabático del gas; $R$, la constante de los gases ideales; $T$, la temperatura absoluta, y $M$, la masa de un mol de gas.

*Velocidad de propagación en sólidos*

$$v_s = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

en donde $E$ es el módulo de Young del medio material, y $\rho$, su densidad.

**Ondas transversales**

En estas ondas, la dirección de vibración es perpendicular a la dirección de propagación de la onda.

Las ondas materiales transversales, en un medio cualquiera, se propagan a la velocidad

$$u = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

en donde $G$ es el módulo de rigidez del medio elástico. En un fluido perfecto $G \approx 0$, de lo que se deduce que las ondas materiales transversales no se propagan en el seno de un fluido perfecto.

En una cuerda las ondas materiales transversales se propagan a la velocidad

$$u = \sqrt{\frac{F}{\delta}}$$

en donde $F$ es la fuerza de tensión a que está sometida la cuerda, y $\delta$, la densidad lineal de la misma ($\delta = m/l$).

### Ondas armónicas

Si atendemos a la forma de oscilación del foco del que proceden, las ondas pueden clasificarse en armónicas y no armónicas.

Si el foco oscila con un m.v.a.s., la propagación de la oscilación a través del medio constituye una *onda armónica*. Si la oscilación es de cualquier otro tipo, se considera que es una *onda no armónica*.

En una onda armónica podemos hablar de:

*Período* (T)

Es el intervalo de tiempo que tardan en repetirse las características del m.v.a.s. del foco emisor $x$, $v$, y $a$.

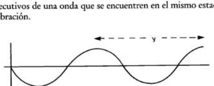
*Frecuencia* (f)

Es el número de oscilaciones por segundo del foco emisor. Se cumple que

$$f = \frac{1}{T}$$

*Longitud de onda ($\lambda$)*

Es la distancia que avanza la onda en el tiempo de un período. También se define como la mínima distancia entre dos puntos consecutivos de una onda que se encuentren en el mismo estado de vibración.



Se cumple que

$$\lambda = v\,T = \frac{v}{f}$$

*Número de onda* (K)

Es una magnitud inversamente proporcional a la longitud de onda y se define como el número de longitudes de onda que caben en una unidad de longitud. Frecuentemente se adopta como unidad de longitud el centímetro, y entonces

$$K = \frac{1}{\lambda}$$

Otros autores toman como longitud de referencia $2\pi$ cm. Por razones de índole operativa, también nosotros adoptamos en este tema dicho criterio, de modo que el valor de $K$ será

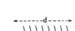
$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{\omega}{v}$$

**Ecuación de la onda armónica**

Para generar la onda armónica el foco vibra con un m.v.a.s. del tipo

$$x = A \text{ sen } \omega t$$

que se transmite a la velocidad $v$. Un punto $B$ del medio, situado a una distancia d del foco, al ser alcanzado por la onda con un retraso $t' = d/v$, oscilará con un movimiento




$$x = A \text{ sen } \omega(t-t')$$

sustituyendo los valores de $\omega$ y de $t'$

$$x = A \text{ sen } \frac{2\pi}{T}\,(t - \frac{d}{v})$$

y haciendo operaciones

$$x = A \text{ sen } 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right)$$

que se conoce como *ecuación de la onda armónica*. Esta ecuación puede también presentarse en función de $K$, ya que de la ecuación anterior obtenemos

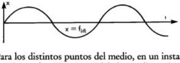
$$x = A \text{ sen } \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$$

y de ésta

$$x = A \text{ sen } (\omega t - Kd)$$

La onda armónica es doblemente periódica, ya que:

*a*) Para un punto situado a una distancia $d$ del foco emisor, la elongación ($x$) es función sinusoidal de $t$.




*b*) Para los distintos puntos del medio, en un instante dado, la elongación es función sinusoidal de su distancia $d$ al foco emisor.


**Energía emitida por el foco y transmitida por la onda armónica**

El foco emisor presenta un m.v.a.s. y, por lo tanto, la energía que comunica, y que se transmite a través del medio elástico, es la que corresponde a una partícula que vibra, es decir, la energía de una partícula sometida a un m.v.a.s. En consecuencia,

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2}\, m\omega^2 A^2$$

#### Potencia transmitida e intensidad de la onda armónica

Se define la *potencia* como la energía transmitida por el foco al medio en la unidad de tiempo. Consideremos el caso de un foco que origina una onda armónica en un medio tridimensional. Sea, por ejemplo, una onda esférica que se propaga en un medio de densidad $\rho$. Como la densidad es

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

y para la onda esférica

$$dV = 4\pi r^2 \cdot dr$$

podremos poner

$$dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot 4\pi r^2 \cdot dr$$

de donde

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{(1/2)\omega^2 A^2 \cdot dm}{dt} = \frac{(1/2)\omega^2 A^2 \cdot \rho \cdot 4\pi r^2 \cdot dr}{dt}$$

es decir,

$$P = 2\pi r^2 \rho \omega^2 A^2 v$$

en donde $v$ es la velocidad de propagación de la onda.

La *intensidad* de la onda armónica se define como la potencia transmitida normalmente a la superficie por unidad de superficie. Su valor podremos expresarlo como

$$I = \frac{P}{S} = \frac{2\pi r^2 \rho \omega^2 A^2 v}{4\pi r^2} = \frac{1}{2}\, \rho A^2 \omega^2 v$$

Si ahora hacemos

$$\frac{1}{2}\,\omega^2 v\rho = \text{cte} = K$$

podremos poner

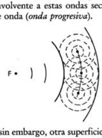
$$I = K \cdot A^2$$

Tomando dos superficies esféricas concéntricas, con centro en el fondo emisor, de radios respectivos $r_1$ y $r_2$, las intensidades que las atraviesen serán inversamente proporcionales a los cuadrados de los radios:

$$I_1 \cdot r_1^2 = I_2 \cdot r_2^2$$

**Principio de Huygens**

Todo punto alcanzado por una onda puede considerarse como un origen de ondas secundarias que se propagan a través del medio elástico con la misma velocidad que la onda principal. Si trazamos una envolvente a estas ondas secundarias, se obtiene una superficie de onda (*onda progresiva*).




Debe haber, sin embargo, otra superficie de onda virtual que se propaga en sentido contrario a la principal (*onda regresiva*) y que tiene energía nula (A. Fresnel).

**Comportamiento de las ondas en las discontinuidades**

Cuando las ondas armónicas alcanzan la superficie de separación de dos medios elásticos, sufren simultáneamente dos fenómenos:

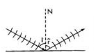
*a*) Una parte de la energía que lleva la onda se refleja; es decir, al chocar con la superficie de separación de los medios, «retrocede».

*b*) Otra parte de la energía se refracta, es decir, se emplea para dar lugar a una onda que se propaga por el segundo medio, cambiando de velocidad y, en general, de dirección.

### *Reflexión de ondas*

La reflexión de ondas cumple dos leyes:

*1.ª Ley.* La dirección de propagación de la onda incidente, la normal y la dirección de propagación de la onda reflejada están en un mismo plano.

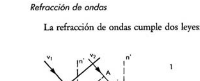



*2.ª Ley.* El ángulo que forma la dirección de propagación de la onda incidente con la normal, ***ángulo de incidencia***, es igual al que forma la dirección de propagación de la onda reflejada con la normal, llamado ***ángulo de reflexión***.

Cuando se produce una reflexión en una superficie que separe de un medio de mayor densidad que el medio del que procede la onda, se provoca un cambio de fase en la onda de $\pi$ radianes. Si la superficie en la que se refleja la onda separa de un medio que presenta menor densidad que el medio del que procede la onda, ésta no sufre cambio de fase en el proceso de reflexión.

### *Refracción de ondas*

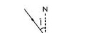
La refracción de ondas cumple dos leyes:



*1.ª Ley.* La dirección de propagación de la onda incidente, la normal y la dirección de propagación de la onda refractada, están en un mismo plano.

*2.ª Ley.* Se puede deducir que

$$v_2 \text{ sen } i = v_1 \text{ sen } r$$




En el caso de que el ángulo de refracción valga 90°, el ángulo de incidencia que le corresponde se llama *ángulo límite.*

Cuando la incidencia se produce con un ángulo mayor que el ángulo límite, no puede producirse la refracción; entonces la onda sólo se refleja y el fenómeno se conoce como *reflexión total.*


reflexión total

Las ondas electromagnéticas cuando llegan a la superficie de separación de dos medios, que las propagan con distintas velocidades, cumplen las mismas leyes que acabamos de estudiar. En el caso particular de la 2.ª Ley de la refracción, ésta recibe denominación de ley de Snell que se formula como

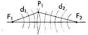
$$n_1 \cdot \text{sen } \varepsilon_1 = n_2 \cdot \text{sen } \varepsilon_2$$

en donde $n_1$ y $n_2$ son los respectivos índices de refracción de los medios, que se definen como el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en el medio respectivo.

$$n = \frac{c}{v}$$

### Interferencias

Un punto material de un medio elástico, alcanzado por una onda armónica, entra en vibración. Si simultáneamente llega otra onda armónica, se verá sometido a un nuevo movimiento, que será el que resulte de componer los dos movimientos ondulatorios por los que se ve alcanzado (*interferencia*). Una vez superada la posición referida, cada una de las ondas continúa independientemente su camino, no habiendo resultado perturbada por haberse superpuesto temporalmente con la otra.




Un caso especialmente importante se da cuando las ondas que se superponen proceden de *focos coherentes*, que son focos que oscilan con la misma frecuencia. Para simplificar, supongamos que las dos ondas armónicas que alcanzan el punto tienen el mismo período.

El movimiento inducido en el punto $P_1$ por la onda que procede del foco $F_1$ será

$$x_1 = A_1 \text{ sen } 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_1}{\lambda}\right)$$

y el movimiento inducido en el punto $P_1$ por la onda que procede del foco $F_2$ será

$$x_2 = A_2 \text{ sen } 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d_2}{\lambda}\right)$$

Al componer por el método de Fresnel dos m.v.a.s. se cumple para cada instante

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)\right)$$

y existe un desfasaje $\varphi$, tal que:

$$\text{tg } \varphi = \frac{A_1 \text{ sen } (2\pi d_1/\lambda) + A_2 \text{ sen } (2\pi d_2/\lambda)}{A_1 \cos (2\pi d_1/\lambda) + A_2 \cos (2\pi d_2/\lambda)}$$

La amplitud $A$ será máxima, es decir,

$$A = A_{\text{máx}}$$

cuando

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2$$

o bien

$$A = A_1 + A_2$$

y esto ocurre si

$$\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) = 2K\pi \qquad (K = 0, 1, 2, 3...)$$

es decir, si

$$d_1 - d_2 = K\lambda$$

En los puntos para los que la diferencia de caminos entre cada uno de los focos y el punto sea igual a un múltiplo entero de la longitud de onda, $\lambda$, la amplitud de vibración de la onda resultante es máxima (*interferencia constructiva*) e igual a la suma de las amplitudes de las ondas que se superponen.

La amplitud será mínima, es decir,

$$A = A_{\text{mín}}$$

si

$$\frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2) = (2K + 1)\,\pi \qquad (K = 0, 1, 2, 3...)$$

o bien si

$$d_1 - d_2 = (2K + 1)\frac{\lambda}{2}$$

y entonces

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2$$

es decir,

$$A = A_1 - A_2 \quad \text{o} \quad A = A_2 - A_1$$

En los puntos para los que la diferencia de caminos entre cada uno de los focos y el punto sea igual a un múltiplo entero impar de semilongitudes de onda, la amplitud resultante es mínima e igual a la diferencia de amplitudes de las ondas que se superponen (*interferencia destructiva*).

#### Ondas estacionarias

Dos ondas armónicas de igual amplitud e igual período que se propaguen en la misma dirección pero en sentidos opuestos, producen en un punto una interferencia conocida como *onda estacionaria*, pues el movimiento ondulatorio resultante de la interferencia tiene la misma fase en todos los puntos, de modo que la onda no se desplaza y la energía no se propaga en el espacio. La onda estacionaria se comporta como un conjunto de osciladores armónicos. Al no propagarse la energía, estos fenómenos no son ondas en sentido estricto, aunque tradicionalmente las denominamos como se ha indicado.

Supongamos una onda armónica que se propaga en un medio elástico procedente de un foco $F$, y que se refleja, por ejemplo, en una pared. Las ondas directa y reflejada originan al superponerse una interferencia que dará lugar a una onda estacionaria.

Supongamos ahora que en un punto O del medio las dos ondas tengan la misma fase, y tomemos como origen de tiempos el instante en que es nula la vibración en O. Por consiguiente, en un punto del medio situado a una distancia $d$ del foco, la elongación originada en el punto por la onda directa valdrá

$$x_1 = A \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{d}{\lambda}\right)$$

y la originada por la onda que alcanza al punto en sentido opuesto

$$x_2 = A \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{d}{\lambda}\right)$$

La elongación resultante valdrá

$$x = 2A \operatorname{sen} \omega t \cos \frac{2\pi d}{\lambda}$$

es decir,

$$x = A' \text{ sen } \omega t$$

como vemos, todos los puntos tienen la misma fase $\omega t$, de modo que

$$A' = 2A \cos 2\pi \frac{d}{\lambda}$$

Es decir, la amplitud $A'$ es variable con la distancia y tendrá valores máximos y nulos.

La amplitud $A'$ es máxima o mínima en los puntos en que

$$\cos 2\pi \frac{d}{\lambda} = \pm 1$$

y el valor que adopta es

$$A' = \pm 2A$$

Para que el valor de $A$ sea máximo es necesario que

$$2\pi \frac{d}{\lambda} = n\pi \qquad (n = 0, 1, 2, 3, ...)$$

es decir,

$$d = n \frac{\lambda}{2}$$

lo que significa que la amplitud es máxima o mínima en puntos llamados *vientres*, situados a una distancia del foco igual a un número entero de veces la semilongitud de onda. La amplitud es nula en los puntos en que

$$\cos 2\pi \frac{d}{\lambda} = 0$$

y esto ocurre si

$$2\pi \frac{d}{\lambda} = (2n + 1) \frac{\pi}{2}$$

es decir, si

$$d = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$$

lo que significa que la amplitud es nula en los puntos situados a una distancia del foco que sea un múltiplo impar de veces del cuarto de longitud de onda. Estos puntos reciben el nombre de *nodos*.

Las ondas estacionarias se producen en el caso de una onda transversal transmitida a través de una cuerda, que está fija por un extremo o por los dos. La interferencia de la onda incidente y la onda reflejada da como resultado una onda estacionaria.

**Efecto Doppler**

Si el foco emisor de la onda armónica (por ejemplo, un sonido) o el observador que recibe la onda están en movimiento, la frecuencia que percibe el observador varía. Supongamos que la velocidad con que se propaga la onda es $v$, que el foco emisor se mueve con una velocidad $v_u$, y que emite una onda con una frecuencia $f$. El observador que suponemos que se mueve con una velocidad $v_o$ percibirá una frecuencia $f'$, tal que

$$\frac{v + v_o}{f'} = \frac{v - v_u}{f}$$


Como vemos, la frecuencia que percibe el observador se hace mayor si éste y el foco se acercan, y se hace menor en el caso de que se alejen.

## Cuestiones

1. En una onda material se produce una oscilación de la materia y un transporte de energía. V F
2. Cuando las ondas luminosas de dos focos se superponen, se produce una interferencia. V F
3. El período de oscilación de un foco emisor es mayor que el período de la onda que emite. V F
4. La longitud de onda se puede definir como la distancia entre dos puntos consecutivos que estén en el mismo estado de vibración. V F
5. Una onda armónica es la producida por un foco emisor en el que la oscilación es un m.v.a.s. V F
6. Hay ondas que no precisan de un medio elástico para transmitirse. V F
7. Cuando la reflexión de una onda se produce contra un medio elástico de menor densidad, se produce un cambio de fase de $\pi/2$ rad. V F
8. Llamamos índice de refracción de un medio, con respecto a otro, al cociente entre las velocidades con que se desplaza la onda en los respectivos medios. V F
9. El ángulo límite es el ángulo de incidencia al que le corresponde uno de refracción de 90°. V F
10. Para el caso de ondas luminosas, llamamos focos coherentes a aquellos que emiten con la misma frecuencia y con una diferencia de fase constante. V F
11. El mínimo en una interferencia se produce cuando la diferencia de caminos desde los focos al punto es un número entero de veces la longitud de onda. V F
12. Al chocar un sonido sobre una pared de forma perpendicular a la misma e interferir la onda incidente y la onda reflejada, se produce una onda estacionaria. V F

**13.** El eco es una consecuencia de la onda refractada. V F

**14.** La intensidad de una onda en un punto es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco emisor. V F

**15.** La potencia de una onda armónica es inversamente proporcional al cuadrado de la amplitud. V F

**16.** Las ondas estacionarias cumplen la condición de que cualquier punto afectado por la onda tiene la misma fase en cualquier instante. V F

**17.** En una onda estacionaria llamamos nodos a los puntos de mayor amplitud y vientres a los de amplitud nula. V F

**18.** La amplitud de una onda disminuye más rápidamente de su intensidad al aumentar la distancia al foco. V F

**19.** Entre dos ondas de la misma amplitud y frecuencias respectivas de 100 Hz y 400 Hz, posee mayor intensidad la de menor frecuencia. V F

**Soluciones a las cuestiones propuestas**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | V | 6 | V | 11 | F | 16 | V |
| 2 | V | 7 | F | 12 | V | 17 | F |
| 3 | F | 8 | V | 13 | F | 18 | F |
| 4 | V | 9 | V | 14 | V | 19 | F |
| 5 | V | 10 | V | 15 | F | | |

## Ejercicios resueltos

**1.** Calcular la velocidad de propagación del sonido en el gas hidrógeno a 25 °C.

(Para un gas diatómico ideal, $C_p = 7$ cal $(K \cdot \text{mol})^{-1}$ y $C_v = 5$ cal $(K \cdot \text{mol})^{-1}$.)

*Resolución*

La velocidad del sonido en un fluido cumple la condición

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}}$$

al ser el hidrógeno un gas diatómico ideal,

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{7 \text{ cal } (K\text{mol})^{-1}}{5 \text{ cal } (K\text{mol})^{-1}} = 1{,}4$$

y tomando unidades en el Sistema Internacional (SI), podemos sustituir sus valores:

$$v = \sqrt{\frac{1{,}4 \cdot 8{,}32 \text{ J}/K \cdot \text{mol} \cdot 298\ K}{0{,}002 \text{ kg/mol}}} = \mathbf{1.317 \text{ m/s}}$$

**2.** Calcular la velocidad de propagación de las ondas longitudinales en el agua a 25° C, en el supuesto de que el módulo de compresibilidad de la misma sea de $2 \cdot 10^4$ atm y su densidad de 1 g/cm³.

$$(1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa})$$

*Resolución*

En un líquido, una onda longitudinal se propaga con una velocidad

$$v = \sqrt{\frac{\beta}{\rho}}$$

es donde $\beta$ es el módulo de compresibilidad y $\rho$, la densidad del líquido.

Vamos a expresar estas magnitudes en unidades del SI.

$$\rho = \frac{1 \text{ g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{1 \text{ kg}}{1.000 \text{ g}} \cdot \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 1.000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\beta = 2 \cdot 10^4 \text{ atm} \frac{10^5 \text{ N/m}^2}{\text{atm}} = 2 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$$

y, por lo tanto,

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2}{1.000 \text{ kg/m}^3}} = \mathbf{1.414 \text{ m/s}}$$

**3.** Un hilo de acero de 100 g de masa y de 25 m de longitud se somete a una tensión de 500 N. Si se transmite por el mismo una onda transversal, ¿a qué velocidad se propaga?

*Resolución*

Sobre un hilo de acero la onda transversal se propaga a la velocidad

$$u = \sqrt{\frac{F}{\delta}}$$

en donde $F$ es la tensión del hilo y $\delta$ es la densidad lineal. El valor de $\delta$ será

$$\delta = \frac{\text{m}}{1} = \frac{0{,}100 \text{ kg}}{25 \text{ m}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}$$

y, por lo tanto,

$$v = \sqrt{\frac{500\ \text{N}}{4 \cdot 10^{-3}\ \text{kg/m}}} = \mathbf{353\ m/s}$$

**4.** Un foco sonoro, emisor de ondas esféricas, tiene una potencia de 0,20 kW.

*a*) Calcular la intensidad de la onda en dos puntos situados respectivamente a 3 y 1,5 m del foco emisor.

*b*) ¿Qué relación existe entre las amplitudes de la onda sonora en estos dos puntos?

*Resolución*

*a*) La intensidad de la onda esférica en un punto es

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

y en los puntos considerados valdrá:

Para $x = 3$ m

$$I_1 = \frac{0{,}20\ \text{kW} \cdot \dfrac{1.000\ \text{W}}{1\ \text{kW}}}{4 \cdot \pi \cdot 3^2\ \text{m}^2} = \mathbf{1{,}7\ W/m^2}$$

Para $x = 1{,}5$ m

$$I_2 = \frac{0{,}20 \cdot 1.000\ \text{W}}{4 \cdot \pi \cdot 1{,}5^2\ \text{m}^2} = \mathbf{7{,}0\ W/m^2}$$

*b*) Entre las amplitudes y las distancias desde el foco emisor a los puntos existe una relación que podemos deducir de la existente entre las mencionadas distancias y las intensidades respectivas:

$$\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{k' A_1^2}{k' A_2^2}$$

de donde

$$\frac{A_1}{r_2} = \frac{A_2}{r_1} \Rightarrow \frac{A_2}{A_1} = \frac{1{,}5 \text{ m}}{3{,}0 \text{ m}} = 0{,}5$$

**5.** Una bomba explota y libera su energía a razón de 6000 J cada centésima de segundo, con lo que se origina una onda esférica de longitud de onda 0,40 m, que se propaga a 340 m/s. Calcular:

*a*) Frecuencia y período de la onda.

*b*) Intensidad de la onda en un punto situado a 200 m del lugar de la explosión, en el supuesto de que las pérdidas de energía por absorción sean nulas.

*Resolución*

*a*) Conocemos $\lambda = 0{,}40$ m y $v = 340$ m/s, y como $\lambda = v \cdot T$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0{,}40 \text{ m}}{340 \text{ m/s}} = \mathbf{1{,}1 \cdot 10^{-3} \text{ s}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \mathbf{9{,}0 \cdot 10^{2} \text{ s}^{-1}}$$

*b*) La intensidad de la onda cumple que

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

y, por lo tanto,

$$I = \frac{\frac{6000 \text{ J}}{0{,}01 \text{ s}}}{4 \cdot \pi \cdot 200^2 \text{ m}^2} = \mathbf{1{,}19 \text{ W/m}^2}$$

**6.** En un punto $A$ de una cuerda de 2 m de longitud, se superponen dos movimientos ondulatorios, procedentes de dos focos, $F_1$ y $F_2$, situados en los extremos de la cuerda. En el supuesto de que el punto $A$ esté situado a 50 cm de $F_1$, y de que las ondas se propaguen a 400 m/s, con una frecuencia de 200 Hz y con amplitudes iguales de 0,20 m, determinar la ecuación del movimiento ondulatorio que adquiere el punto $A$.

*Resolución*

Hagamos un esquema:


Calculemos la pulsación del movimiento y el número de ondas

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 200 \text{ Hz} = 400\pi \text{ s}^{-1}$$

y como

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} = \frac{400 \text{ m/s}}{200 \text{ s}^{-1}} = 2 \text{ m}$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2 \text{ m}} = \pi \text{ m}^{-1}$$

Los movimientos ondulatorios que alcanzan el punto $A$ son

(Foco $F_1$) $\quad x_1 = 0{,}20 \text{ sen } (400\pi t - \pi \cdot 0{,}50) \quad$ (SI)

(Foco $F_2$) $\quad x_2 = 0{,}20 \text{ sen } (400\pi t + \pi \cdot 1{,}5) \quad$ (SI)

y la ecuación correspondiente a la oscilación que adopta el punto $A$ es

$$x = x_1 + x_2 =$$
$$= 0{,}20 \text{ (sen } (400\pi t - \pi \cdot 0{,}50) + \text{sen } (400\pi t + \pi \cdot 1{,}5)) \text{ (SI)}$$

si aplicamos ahora,

$$\text{sen}\ A + \text{sen}\ B = 2\ \text{sen}\ \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}$$

tendremos

$$x = 0{,}40\ \text{sen}\ (400\pi t + 0{,}50\pi) \cdot \cos \pi$$

y al ser

$$\cos \pi = -1$$

$$x = -0{,}40\ \text{sen}\ (400\pi t + 0{,}50\pi) \qquad \text{(SI)}$$

**7.** Una fuente sonora emite ondas con una potencia de 100 W en un fluido homogéneo. Determinar el valor de la intensidad de la onda a 10 m de la fuente.

*Resolución*

Para calcular la intensidad aplicamos directamente la ecuación de definición, en el supuesto de que la onda que se propaga es esférica. Así, tendremos

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{100\ \text{W}}{4 \cdot \pi \cdot 10^2\ \text{m}^2} = 0{,}079\ \text{W/m}^2$$

**8.** Una cuerda situada según la dirección del eje $OX$ es recorrida por una onda transversal del tipo

$$y = 0{,}02\ \text{sen}\ (150t + 120x) \qquad \text{(SI)}$$

Calcular:

*a*) Frecuencia, período, longitud de onda y número de onda del movimiento resultante.

*b*) Dirección, sentido y velocidad con que se propaga la onda.

*Resolución*

*a*) De acuerdo con la ecuación del movimiento

$$\omega = 150 \text{ s}^{-1}$$

y como

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{150}{2\pi} \text{ s}^{-1} = \mathbf{23{,}8 \text{ s}^{-1}}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{23{,}8} \text{ s} = \mathbf{0{,}042 \text{ s}}$$

Por otra parte, también de la ecuación de las ondas deducimos por comparación que

$$K = 120 \text{ m}^{-1}$$

y, por lo tanto,

$$\lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{120 \text{ m}^{-1}} = \mathbf{0{,}052 \text{ m}}$$

*b*) **El vector velocidad está dirigido hacia la región negativa del eje *OX*,** pues en la ecuación de la elongación, delante de 120x hay un signo +, lo que significa que el desplazamiento de la onda tiene lugar hacia las X negativas.

Su módulo podemos deducirlo de

$$\lambda = v \cdot T$$

y como conocemos $\lambda$ y $T$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0{,}052 \text{ m}}{0{,}042 \text{ s}} = \mathbf{1{,}23 \text{ m/s}}$$

**9.** Una onda armónica se propaga según

$$y = 0{,}001 \text{ sen } (100\pi t + 20\pi x) \qquad \text{(SI)}$$

Calcular:

*a*) Velocidad con que se propaga la onda en módulo, dirección y sentido.

*b*) Frecuencia, período y longitud de onda.

*c*) Valor del desplazamiento máximo, de la velocidad máxima y de la aceleración máxima de un punto cualquiera alcanzado por la vibración.

*d*) Valor de la velocidad y de la aceleración de un punto situado en $x = 4{,}00$ m, en el instante $t = 1$ s.

*Resolución*

*a*) Para calcular la velocidad tendremos en cuenta la ecuación del movimiento ondulatorio, en donde

$$\omega = 100\pi \qquad \text{(SI)}$$

$$K = 20\pi \qquad \text{(SI)}$$

y como

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi/K}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{K}$$

tendremos sustituyendo

$$v = \frac{\omega}{\mathrm{K}} = \frac{100\pi}{20\pi} \text{ ms}^{-1} = \mathbf{5 \ m/s}$$

**La velocidad es, en este caso, un vector dirigido según el eje *OX*, hacia la región de las *X* negativas,** es decir, se dirige de derecha a izquierda (ya que en este caso el signo que precede en la ecuación de ondas al valor de $K$ es positivo).

*b*) De la ecuación de ondas hemos obtenido, por comparación,

$$\omega = 100\pi \text{ s}^{-1} \quad \text{y} \quad K = 20\pi \text{ m}^{-1}$$

Como

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi \text{ s}^{-1}}{2\pi} = 50 \text{ s}^{-1}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} \text{ s}$$

la longitud de onda valdrá

$$\lambda = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{20\pi \text{ m}^{-1}} = \mathbf{0{,}1 \text{ m}}$$

*c)* Los valores máximos se producen para valores del seno y coseno iguales a 1, y por lo tanto

$$y_{máx} = \mathbf{0{,}001 \text{ m}}$$

$$v_{\text{máx}} = 0{,}001 \cdot 100\pi \text{ m/s} = \mathbf{0{,}1\pi \text{ m/s}}$$

Como, por otra parte

$$a = \frac{dv}{dt} = -0{,}001 \cdot (100\pi)^2 \text{ sen } (100\pi t + 20\pi x) \qquad \text{(SI)}$$

su valor máximo tendrá lugar en el instante en que

$$\text{sen } (100\pi t + 20\pi x) = -1$$

$$a_{\text{máx}} = 0{,}001 \cdot (100\pi)^2 \text{ m/s}^2 = \mathbf{98{,}7 \text{ m/s}^2}$$

*d)* Para un punto situado en $x = 4$ m, y en el instante $t = 1$ s, la velocidad valdrá

$$v = 0{,}001 \cdot 100\pi \cdot \cos (100\pi \cdot 1 + 20\pi \cdot 4) \text{ m/s} = \mathbf{0{,}1\ \pi \text{ m/s}}$$

y la aceleración

$$a = -0{,}001 \cdot (100\pi)^2 \text{ sen } (100\pi \cdot 1 + 20\pi \cdot 4) \text{ m/s}^2 = \mathbf{0 \text{ m/s}^2}$$

**10.** Supuesta la onda definida por la función

$$y = 0{,}5 \text{ sen } (4\pi t - 2x) \qquad \text{(SI)}$$

Hallar:

*a*) Diferencia de fase entre dos puntos tomados en la dirección y sentido de la propagación y que disten entre sí 20 m.

*b*) Diferencia de fase entre dos estados de vibración de un mismo punto correspondientes a dos instantes separados por un intervalo de tiempo de 2 s.

*Resolución*

*a*) Para calcular la diferencia de fase entre los dos puntos separados 20 m entre sí, según la dirección de propagación de la onda, es decir, para los que

$$x_1 - x_2 = 20 \text{ m}$$

si tenemos en cuenta que las fases respectivas son

$$\varphi_1 = 4\pi t - 2x_1 \qquad \text{(SI)}$$

$$\varphi_2 = 4\pi t - 2x_2 \qquad \text{(SI)}$$

podemos poner

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2\,(x_2 - x_1) \qquad \text{(SI)}$$

$$\varphi = 2\,(20) \text{ rad} = \mathbf{40\ rad}$$

*b*) Para hallar la diferencia de fase entre las situaciones del mismo punto en los límites de un intervalo de tiempo de 2 s, tendremos en cuenta que

$$\varphi_1 = 4\pi t_1 - 2x \qquad \text{(SI)}$$

$$\varphi_2 = 4\pi t_2 - 2x \qquad \text{(SI)}$$

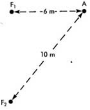
y de aquí,

$$\varphi = (4\pi t_1 - 2x) - (4\pi t_2 - 2x) \qquad \text{(SI)}$$

$$\varphi = 4\pi\,(t_2 - t_1) = 4\pi \cdot 2 \text{ rad} = \mathbf{8\pi\ rad}$$

**11.** Un punto $A$ está situado a 6 y 10 m, respectivamente, de dos focos coherentes, que emiten con una frecuencia de 500 Hz y una amplitud de 0,20 m. Supuesto que la onda se propaga a 1.500 m/s, hallar la ecuación del movimiento ondulatorio resultante en el punto $A$.

*Resolución*




Calculemos los valores de $\omega$ y de $K$. Sabemos que

$$f = 500 \text{ Hz}$$
$$v = 1.500 \text{ m/s}$$

Por lo tanto,

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 500 \text{ s}^{-1} = 1.000\pi \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f} = \frac{1.500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{500 \text{ s}^{-1}} = 3 \text{ m}$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3 \text{ m}} = (2/3)\ \pi \text{ m}^{-1}$$

El primer foco emite una onda que llega al punto $A$, de forma que $A$ vibra con una oscilación del tipo

$$x_1 = 0{,}20 \text{ sen } (1000\pi t - (2/3)\ \pi \cdot 6) \qquad \text{(SI)}$$

El segundo foco emite una onda que produce en $A$ una oscilación del tipo

$$x_2 = 0{,}20 \text{ sen } (1000\pi t - (2/3)\ \pi \cdot 10) \qquad \text{(SI)}$$

Por lo tanto, la oscilación del punto $A$ será la resultante de la composición de ambas oscilaciones, es decir,

$$x = x_1 + x_2 =$$
$$= 0{,}2 \text{ (sen } (1000\pi t - 4\pi) + \text{sen } (1000\pi t - 6{,}66\pi)) \qquad \text{(SI)}$$

y teniendo en cuenta que

$$\text{sen } A + \text{sen } B = 2 \text{ sen } \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

podremos poner

$$x = 0{,}2 \left(2 \text{ sen } (1000\pi t - \frac{14\pi}{3}) \cdot \cos (\frac{4\pi}{3})\right) \qquad \text{(SI)}$$

y, por fin,

$$x = -0{,}2 \text{ sen } \left(1000\pi t - \frac{14\pi}{3}\right) \qquad \text{(SI)}$$

**12.** Dos ondas vienen representadas por las ecuaciones

$$x_1 = 8 \text{ sen } (150\, t - 25d) \qquad \text{(SI)}$$

$$x_2 = 8 \text{ sen } (150\, t + 25d) \qquad \text{(SI)}$$

y, al interferir, producen una onda estacionaria. Calcular:

*a*) Ecuación de la onda resultante.

*b*) Distancia a que están situados dos vientres consecutivos.

*Resolución*

*a*) El movimiento resultante de la superposición de las dos ondas tendrá por ecuación

$$x = x_1 + x_2 = 8\ (\text{sen } (150t - 25d) + \text{sen } (150t + 25d)) \quad \text{(SI)}$$

Si aplicamos

$$\text{sen } A + \text{sen } B = 2 \text{ sen } \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

tendremos

$$x = 8\ (2 \text{ sen } (150t) \cos (25d)) \qquad \text{(SI)}$$

y, por lo tanto,

$$x = (16 \cos 25\, d) \operatorname{sen} 150\, t \qquad \text{(SI)}$$

Como vemos, la amplitud es función de la distancia y constante para cada punto; se trata, pues, de una onda estacionaria.

*b*) Para hallar la distancia entre dos vientres consecutivos, veamos dónde se producen los vientres primero y segundo, y determinemos la distancia entre ambos. Para ello expresamos la condición de vientre, a la que corresponde amplitud máxima

$$A = A_{\text{máx}} = \pm 16 \text{ m}$$

Esto ocurre para

$$\cos 25d = \pm 1$$

de donde se deduce

$$(25d) = n\pi \qquad \text{(siendo } n \text{ un número entero)}$$

Para el primer vientre, $n = 1$

$$25d_1 = \pi \qquad \text{(SI)}$$

$$d_1 = \frac{\pi}{25} \text{ m}$$

Para el segundo vientre, $n = 2$

$$25d_2 = 2\pi \qquad \text{(SI)}$$

$$d_2 = \frac{2\pi}{25} \text{ m}$$

y, por lo tanto,

$$d_2 - d_1 = \left(\frac{2\pi}{25} - \frac{\pi}{25}\right) \text{m} = \frac{\pi}{25} \text{ m}$$

**13.** Una onda sonora incide sobre la superficie del agua de un estanque con un ángulo respecto a la vertical de 35°.

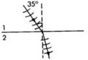
Hallar:

*a*) Ángulo de refracción.

*b*) Ángulo límite.

(Velocidad del sonido en el aire: 330 m/s; velocidad del sonido en el agua: 1.500 m/s.)

*Resolución*




*a*) Como sabemos

$$v_2 \text{ sen } \hat{\imath} = v_1 \text{ sen } \hat{r}$$

y, por lo tanto, al pasar el sonido del aire (medio 1) al agua (medio 2), tendremos

$$1.500 \text{ m/s} \cdot \text{sen } 35° = 330 \text{ m/s} \cdot \text{sen } \hat{r}$$

$$\text{sen } \hat{r} = 0{,}396$$

$$\boldsymbol{\hat{r} = 23{,}32° = 23°19'}$$

*b*) Para hallar el ángulo límite ($\hat{l}$), como es el ángulo de incidencia al que le corresponde uno de refracción de 90°, haremos

$$1.500 \text{ sen } \hat{l} = 330 \text{ sen } 90°$$

$$\text{sen } \hat{l} = \frac{330}{1.500} = 0{,}220$$

$$\boldsymbol{\hat{l} = 12{,}709° = 12°42'}$$

**14.** Un automóvil se desplaza a 108 km/h y toca continuamente el claxon, que emite con una frecuencia de 600 Hz. Un observador, en reposo, ve al coche acercarse, pasar y alejarse. Calcular las frecuencias que percibe el observador:

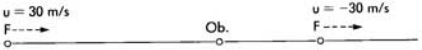
*a*) Al acercarse al coche.

*b*) Al alejarse.

(Velocidad del sonido en el aire: 340 m/s.)

*Resolución*

La velocidad del móvil es de 30 m/s. Hagamos un esquema:




Si llamamos $v$ a la velocidad propia de la onda, $u$ a la velocidad del foco, y $v_o$ a la velocidad propia del observador, podemos poner

$$f = f_o \frac{v + v_o}{v - u}$$

en donde $f_o$ es la frecuencia real de la onda, y $f$, la frecuencia percibida. Como en los dos casos que analizamos el observador está en reposo, tomaremos para ambos

$$v_o = 0 \text{ ms}^{-1}$$

*a*) Al aproximarse el automóvil al observador parado, la frecuencia que éste percibe es

$$f = 600 \text{ Hz} \frac{340 \text{ m/s} + 0 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}} = \mathbf{658 \text{ Hz}}$$

*b*) Al alejarse el automóvil, debemos considerar su velocidad, $u$, de signo opuesto al atribuido cuando se acercaba, y ahora la frecuencia que percibe el observador en reposo será

$$f = 600 \text{ Hz} \frac{340 \text{ m/s} + 0 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} + 30 \text{ m/s}} = 551 \text{ Hz}$$

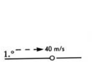
**15.** Un tren emite un pitido de 1.000 Hz, en el instante en que se desplaza a 144 km/h y se cruza con otro tren que circula por una vía paralela, en sentido opuesto, a 72 km/h. Calcular las frecuencias que perciben los pasajeros del segundo tren:

*a*) Al acercarse los trenes.

*b*) Al alejarse.

(Velocidad del sonido en el aire: 340 m/s.)

*Resolución*




Las velocidades respectivas son 40 $ms^{-1}$ y 20 $ms^{-1}$.

*a*) Cuando los trenes van al encuentro, y atribuyendo a $f$, $f_0$, $v$, $v_0$ y $u$ el mismo significado que en el ejercicio anterior, la frecuencia observada valdrá

$$f = f_0 \frac{v + v_0}{v - u} = 1000 \text{ Hz} \frac{340 \text{ m/s} + 20 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} - 40 \text{ m/s}} = \mathbf{1200 \text{ Hz}}$$

*b*) Al alejarse, debemos tener en cuenta que la velocidad del tren emisor y la del tren en que viaja el observador han de tomarse con signos opuestos a las utilizadas en el apartado *a*) y, por lo tanto,

$$f = f_0 \frac{v + v_0}{v - u} = 1000 \text{ Hz} \frac{340 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} + 40 \text{ m/s}} = \mathbf{842 \text{ Hz}}$$

**16.** Calcular la velocidad a que circula un automóvil y la frecuencia con que emite su bocina, sabiendo que al acercarse a un observador en reposo que se encuentra junto a la trayectoria, éste percibe un sonido con una frecuencia de 800 Hz, y cuando el automóvil se aleja el sonido percibido posee una frecuencia de 650 Hz.

(Velocidad del sonido en el aire: 340 m/s.)

*Resolución*

Al acercarse el automóvil, como hemos visto,

$$f = f_0 \frac{v + v_0}{v - u}$$

en donde $f$, $f_0$, $v$, $v_0$ y $u$ tienen el mismo significado que en los ejercicios anteriores.

$$800 \text{ Hz} = f_0 \frac{340 + 0}{340 - u}$$

y cuando el automóvil se aleja

$$f = f_0 \frac{v + 0}{v + u}$$

$$650 \text{ Hz} = f_0 \frac{340 + 0}{340 + u}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenido, tendremos

$$\boldsymbol{u = 35{,}1 \text{ m/s}}$$
$$\boldsymbol{f_0 = 717{,}2 \text{ Hz}}$$

## Ejercicios propuestos

**1.** Una cuerda se dispone horizontalmente, atada por su extremo derecho a la pared, y sobre el extremo izquierdo provocamos una oscilación transversal, de 40 cm de amplitud y de frecuencia 2 $s^{-1}$. La cuerda tiene una densidad lineal de 0,05 kg/m, y está sometida a una tensión de 20 N. Calcular:

*a)* Velocidad de propagación de la onda transversal.

*b)* Longitud de onda y número de onda de la oscilación.

*c)* Ecuación del movimiento ondulatorio que producimos en la cuerda.

*d)* Velocidad de un punto cualquiera de la cuerda situado a 0,20 m de su posición de equilibrio.

*e)* Velocidad de vibración de una partícula situada en $x = 0{,}20$ m en el instante $t = 1$ s.

*Solución*

*a)* $\boldsymbol{v}$ **= 20,0 m/s;** *b)* $\boldsymbol{\lambda}$ **= 10 m;** $\boldsymbol{K}$ **= 0,2** $\boldsymbol{\pi}$ $\mathbf{m^{-1}}$; *c)* $\boldsymbol{y}$ **= 0,40 sen (4**$\boldsymbol{\pi t}$ **− 0,2**$\boldsymbol{\pi x}$**)** (SI); *d)* $\boldsymbol{v}$ **= 4,35 m/s;** *e)* $\boldsymbol{v}$ **= 4,98 m/s**

**2.** Un foco de vibración produce una onda longitudinal que se propaga por un resorte con una frecuencia de oscilación de 40 Hz, velocidad de 6 m/s y amplitud de 3 cm, en el sentido positivo del eje $OY$. Calcular:

*a)* Longitud de onda y número de onda.

*b)* Ecuación de la onda que se propaga.

*Solución*

*a)* $\boldsymbol{\lambda}$ **= 0,15 m;** $\boldsymbol{K}$ **= 41,88** $\mathbf{m^{-1}}$; *b)* $\boldsymbol{y}$ **= 0,03 sen (80**$\boldsymbol{\pi t}$ **− 41,88**$\boldsymbol{d}$**)** (SI)

**3.** Un sonido de 500 Hz de frecuencia se propaga en el aire a 27° C, con velocidad de 340 m/s. Calcular:

*a*) Período.

*b*) Longitud de onda y número de onda.

(Peso molecular medio aparente del aire: 28,96 g/mol.)

*Solución*

*a*) $T = 2 \cdot 10^{-3}$ **s;** *b*) $\lambda = 0{,}68$ **m,** $K = 9{,}23$ **m**$^{-1}$

**4.** Calcular la intensidad de una onda que está propagándose en un medio fluido de densidad 15,6 g/m³ si la ecuación de propagación de la onda es del tipo

$$x = 0{,}02 \text{ sen } 2\pi\,(5t - 8d) \qquad \text{(SI)}$$

*Solución*

$I = 0{,}019$ **W/m²**

**5.** Una onda se representa por la ecuación

$$x = 0{,}02 \cos 2\pi \left(\frac{t}{4} + \frac{d}{160}\right) \qquad \text{(SI)}$$

Calcular:

*a*) Dirección y sentido de propagación de la onda, así como su velocidad de propagación.

*b*) Período, frecuencia, número de onda y longitud de onda.

*c*) Diferencia de fase para dos posiciones de la misma partícula vibrante separadas en el tiempo 2 s.

*Solución*

*a*) **Está propagándose sobre el eje *OX* y con sentido dirigido hacia las *X* negativas;** $v = 40$ **ms**$^{-1}$**;** *b*) $T = 4$ **s;** $f = 0{,}25$ **s**$^{-1}$**;** $K = 0{,}039$ **m**$^{-1}$**;** $\lambda = 160$ **m;** *c*) **fase**$_1$ **− fase**$_2$ $= -\pi$ **rad.**

**6.** Una onda transversal que se propaga sobre una cuerda situada sobre el eje $OX$, se dirige de derecha a izquierda con una velocidad de propagación de 100 m/s, una $\lambda = 10$ m, y una amplitud de 2 m. Hallar:

*a*) Ecuación de la onda que se propaga.

*b*) Velocidad máxima de un punto de la cuerda cuando es alcanzado por la vibración.

*c*) Aceleración instantánea y máxima del mismo punto.

*Solución*

*a*) $\boldsymbol{x = 2 \text{ sen } (20\pi t + 0{,}2\pi d)}$ **m**; *b*) $\boldsymbol{v_{\text{máx}} = 40\pi}$ **m/s**; *c*) $\boldsymbol{a = -7895{,}6 \text{ sen } (20\pi t + 0{,}2\pi d)}$ $\mathbf{ms^{-2}}$; $\boldsymbol{a_{\text{máx}} = +7895{,}6}$ $\mathbf{ms^{-2}}$.

**7.** Una onda transversal se propaga de izquierda a derecha del eje $OX$, con una longitud de onda de 10 m, amplitud de 3 m y 100 m/s de velocidad de propagación. Hallar:

*a*) Ecuación de la onda representativa del movimiento.

*b*) Velocidad y aceleración máximas de un punto alcanzado por la onda.

*Solución*

*a*) $\boldsymbol{x = 3\text{sen } (20\pi - 0{,}2\pi d)}$ **m**; *b*) $\boldsymbol{v_{\text{máx}} = 60\pi}$ **m/s**; $\boldsymbol{a_{\text{máx}} = 1.200\pi^2}$ $\mathbf{m/s^2}$

**8.** El extremo izquierdo de una cuerda situada sobre el eje $OX$ se ve sometido a un movimiento armónico del tipo

$$x = 0{,}02 \text{ sen } 60\ \pi t \qquad \text{(SI)}$$

Este movimiento se propaga por la cuerda con una velocidad de 40 m/s, produciendo una oscilación en la misma. Hallar:

*a*) Ecuación de la onda que se propaga.

*b*) Ecuación del movimiento que tomaría el punto situado a 1 m del extremo izquierdo en función del tiempo *t*.

*c*) Velocidad y aceleración máximas del movimiento que adquiere dicho punto.

*Solución*

*a*) $\boldsymbol{x} = 0{,}02$ **sen** $(600\pi \boldsymbol{t} - 15\pi \boldsymbol{d})$ (SI);
*b*) $0{,}02$ **sen** $(600\pi \boldsymbol{t} - 15\pi)$ (SI); *c*) $\boldsymbol{v}_{\text{máx}} = 12\pi$ **m/s**; $\boldsymbol{a}_{\text{máx}} = 7200\ \pi^2$ **m/s²**

**9.** La ecuación de una onda transversal que se propaga por una cuerda es del tipo

$$y = 0{,}25\ \text{sen}\left(\frac{40t}{100} - \frac{125x}{1000}\right) \qquad \text{(SI)}$$

Calcular:

*a*) Frecuencia, período y longitud de onda.

*b*) Velocidad de vibración de una partícula situada a 20 cm del foco emisor y velocidad máxima de este punto.

*Solución*

*a*) $\boldsymbol{f} = 0{,}0636\ \mathbf{s^{-1}}$; $\boldsymbol{T} = 15{,}7$ **s**; $\lambda = 50{,}2$ **m**;
*b*) $\boldsymbol{v} = 0{,}25 \cdot 0{,}40 \cos(0{,}40\boldsymbol{t} - 0{,}25)$ (SI); $\boldsymbol{v}_{\text{máx}} = 0{,}01$ **m/s**

**10.** Procedentes de dos focos coherentes que están situados respectivamente a 1 y 3 m de un punto *A*, inciden dos ondas de frecuencia 200 Hz y amplitud 0,2 m, de modo que ambas se propagan con velocidad de 100 m/s en la misma dirección y sentidos opuestos. Determinar:

*a*) Longitud de onda de la onda incidente.

*b*) Ecuación del movimiento ondulatorio del punto *A*.

*c*) Estado de la vibración del punto *A* en el instante en que el tiempo $t = 1$ s.

*Solución*

*a)* $\lambda = 0{,}5$ m; *b)* $x = 0{,}4$ sen $(400\pi t + 4\pi)$ m; *c)* $x = 0$ m

**11.** Dos ondas de 100 Hz y 3 cm de amplitud que se propagan por un fluido a 110 m/s, provenientes de dos focos coherentes $F_1$ y $F_2$, situados a 1 y 1,5 m, respectivamente, de un punto *A*, inciden simultáneamente sobre dicho punto, en una misma dirección pero en sentidos opuestos. Determinar.

*a)* Longitud de onda y el número de ondas para cualquiera de las dos ondas.

*b)* Ecuaciones de las ondas emitidas por cada uno de los dos focos.

*c)* Ecuación de vibración del punto *A*.

*d)* Elongación del punto *A* para el tiempo $t = 1$ s.

*e)* Frecuencia con que deberían propagarse simultáneamente las dos ondas para que la interferencia fuese constructiva en el punto *A* en el instante $t = 1$ s.

*Solución*

*a)* $\lambda = 1{,}1$ m; $K = 5{,}71$ m$^{-1}$;
*b)* $x_1 = 0{,}03$ sen $(200\pi t - 5{,}71 \cdot d_1)$ m;
$x_2 = 0{,}03$ sen $(200\pi t + 5{,}71 \cdot d_2)$ m;
*c)* $x = 0{,}0394$ sen $(200\pi t + 1{,}425)$ (SI);
*d)* $x = 0{,}0389$ m;
*e)* $f = \dfrac{275}{n}$ Hz; **habrá un máximo para cada uno de los diferentes valores enteros de** $n$.

**12.** Dos movimientos ondulatorios procedentes de focos coherentes que emiten con frecuencia de 300 Hz, se propagan en un medio con una velocidad de 60 m/s. Hallar la diferencia de fase con que interfieren en un punto que dista, respectivamente, 20 y 25 m de los focos.

*Solución*

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 100\ \pi \text{ rad}$$

**13.** Dos ondas se propagan por un alambre en el mismo sentido, con frecuencia de 100 Hz, longitud de onda de 1 cm y amplitud 0,02 m. En el supuesto de que inicialmente exista un desfasaje de $\pi/3$, ¿cuál es la amplitud de la onda resultante?

*Solución*

$$A = 3{,}46 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

**14.** Dos ondas de ecuaciones

$$x_1 = 6 \text{ sen } (150t - 25\ d)$$
$$x_2 = 6 \text{ sen } (150t + 25\ d)$$

producen interferencia. Hallar:

*a*) Ecuación de la onda estacionaria resultante.

*b*) Valor de la amplitud máxima en un vientre.

*c*) Distancia mínima entre dos nodos.

(Los valores de $x$ y $d$, en centímetros, y $t$ en segundos.)

*Solución*

*a*) $\boldsymbol{x = 2 \cos 25d \cdot \text{sen } (150t)}$ **cm;** *b*) $\boldsymbol{A_{\text{máx}} = 12}$ **cm;** *c*) $\boldsymbol{d_2 - d_1 = (\pi/25)}$ **cm**

**15.** Una onda luminosa atraviesa, según un plano perpendicular a dos caras planoparalelas, un vidrio de índice refracción 1,5 y espesor de 20 cm. Si el ángulo de incidencia es de 45° y el de refracción final también de 45°, ¿cuánto sale desplazado lateralmente el rayo?

*Solución*

$d = 5{,}8$ cm

**16.** Un automóvil se aleja del pie de un acantilado y perpendicularmente al mismo, con velocidad de 25 m/s, tocando el claxon, que emite con frecuencia de 500 Hz, y se dirige hacia el punto en que está situado un observador. Calcular:

*a*) Frecuencia del sonido que percibe el observador directamente.

*b*) Frecuencia del sonido reflejado en el acantilado que llega al observador.

*Solución*

*a*) $f = 540{,}9$ Hz; *b*) $f = 464{,}7$ Hz

**17.** Un tren va a penetrar en un túnel, situado en una pared rocosa que produce eco, y se acerca perpendicularmente a la pared a 108 km/h con un viento que se acerca hacia el túnel, en el mismo sentido que el tren, de 15 m/s. El tren emite un pitido de 600 Hz. Calcular:

*a*) Un observador en reposo situado al lado de la vía y cerca del túnel, ¿qué frecuencia percibe directamente del tren cuando éste se acerca?

*b*) Después de reflejado el sonido en la pared, ¿qué frecuencia percibe el mismo observador?

*c*) Un observador en reposo situado detrás del tren, ¿qué frecuencia percibiría de la onda reflejada en la pared rocosa?

*Solución*

*a*) $f = 657{,}1$ Hz; *b*) $f = 657{,}1$ Hz; *c*) $f = 547{,}8$ Hz

**18.** Suponer que una onda se propaga transversalmente por una cuerda situada según el eje OX, con una frecuencia de

60 Hz, velocidad de 10 m/s y amplitud de 20 cm de izquierda a derecha. Hallar:

*a*) Pulsación, período, longitud de onda y número de onda.

*b*) La ecuación de ondas que da cuenta de su propagación.

*Solución*

*a*) $\omega = 120\pi \text{ s}^{-1}$; $T = 0{,}016$ s; $\lambda = 0{,}166$ m; $K = 12\pi \text{ m}^{-1}$; *b*) $y = 0{,}2 \text{ sen } (120\pi t - 12\pi x)$

Esta colección tiene como objetivo presentar material que, a la vez que valioso pedagógicame sirva de excelente guía práctica para prepararı temas de COU y Selectividad, tanto en el aspı de conocimientos como en lo referente a ejerci prácticos. Por ello, la colección está concebid forma de cuadernos, para que cada profesor o al no trabaje aquellos temas que considere más ı cuados a sus intereses.

*Cada cuaderno ofrece la siguiente estructura:*

- *Recordatorio de puntos fundamentales.*
- *Cuestiones de autoevaluación.*
- *Ejercicios resueltos.*
- *Ejercicios propuestos, con su solución.*

Cuadernos de COU y
**Selectividad**

# FISICA

## ÍNDICE DE TÍTULOS




ISBN 84-205-2125-6

00000

9 788420 521251

Alhambra Longman